Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Педагогический институт

УТВЕРЖДАЮ
Директор Педагогического института
_____ А. С. Малахов
Рассмотрено на заседании совета
Педагогического института
(протокол № 10 от 24.06.2025)

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

(углубленный уровень)

(для обучающихся 10-11 класса)

Владимир
2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данные контрольно-измерительные материалы (далее – КИМ) составлены на основе:

- Федерального закона от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Приказа Министерства образования и науки Российской Федерации «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» от 17 мая 2012 г. N 413;
- Приказа Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования»;
- рабочей программы по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа».

КИМы по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа» являются неотъемлемой частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения учащимися основной образовательной программы и обеспечивают повышение качества образовательного процесса.

КИМы по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа» представляют собой совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения учащимися установленных результатов обучения.

КИМы по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа» используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации учащихся.

Целями разработки и использования базы КИМов являются:

- оценка качества образования по учебному предмету;
- обеспечение сопоставимости образовательных достижений учащихся в зависимости от условий образовательного процесса;
- подготовка учащихся к процедурам ЕГЭ;
- выявление пробелов в знаниях учащихся и своевременная корректировка их индивидуального обучения;
- определение эффективности организации образовательного процесса.

При выполнении заданий проверочной работы по алгебре и началам математического анализа разрешается использовать линейку.

КИМы рассматриваются на заседании совета Педагогического института ВлГУ и утверждаются директором института.

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

10 КЛАСС

К концу обучения в 10 классе обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам программы:

Числа и вычисления:

Свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

Применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

Применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

Свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

Свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

Свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

Свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы;

Свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента;

Оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства:

Свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

Применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

Свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной, многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена, применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач;

Использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений;

Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные логарифмические уравнения, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

Свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений;

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

Свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

Свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

Свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;

Свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции,

выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

Свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;

Свободно оперировать понятиями: тригонометрическая определение тригонометрических функций числового аргумента;

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

Начала математического анализа:

Свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь преставление о константе;

Использовать прогрессии для решения характера;

Свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых;

Свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;

Свободно оперировать понятием: функция, применять свойства непрерывных функций для решения задач;

Свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

Вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Множества и логика:

Свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами;

Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

Свободно оперировать понятиями: следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

11 КЛАСС

К концу обучения в 11 классе обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам программы:

Числа и вычисления:

Свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

Свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

Свободно оперировать понятиями: комплексное комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства:

Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов;

Осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

Свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

Свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

Решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

Применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики:

Строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

Свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

Применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа:

Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;

Находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;

Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

Свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница;

Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

Иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Проверочная работа по итогам I полугодия (10 класс)

1. Вычислите:

а) $\cos\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{2}$

б) $2\sin 0^\circ + 3\cos 270^\circ - 4\sin 90^\circ$

в) $tg\frac{\pi}{4}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\cdot ctg\frac{\pi}{6}$

г) $tg^2\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{6}\cdot tg^2\frac{\pi}{3}$

д) $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{3}$

1. Упростите:

а) $(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)$;

б) $\frac{1-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$;

в) $\cos^2\alpha+(\sin^2\alpha-1)$;

г) $\frac{1-\cos^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}$;

д) $\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot tg\alpha$;

е) $\frac{1}{\sin\alpha-1}-\frac{1}{1+\sin\alpha}$.

3. Найдите: $\sin\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$, *если* $\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{10}}$ *и* $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$

4. Решите уравнение:

а) $\sin t=\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Решите неравенство:

а) $\cos t>\frac{1}{2}$; б) $\sin t\le\frac{1}{2}$.

Проверочная работа по итогам года (10 класс)

В1. Известно, что график функции $y=-x^2+ax+1$ проходит через точку $A(3;4)$. Найдите значение параметра a.

В2. Найдите наименьшее целое значение x, входящее в область определения функции.

$$f(x)=\sqrt{24x-4x^2-27}+\frac{5x-14}{x-2}$$

В3. Вычислите значение выражения.

$$\frac{12\sin 145^\circ\sin 235^\circ}{\cos 20^\circ}$$

В4. Упростите выражение и найдите его значение при $\alpha=\frac{\pi}{7}$ и $\beta=\frac{\pi}{16}$.

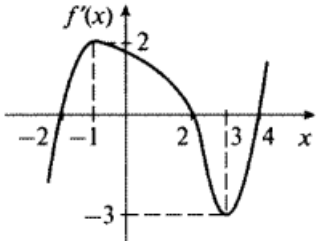
$$\frac{\sin(\alpha+4\beta)+\sin(\alpha-4\beta)}{\sin(\alpha+4\beta)-\sin(\alpha-4\beta)}\cdot\operatorname{ctg}\alpha$$

B5. Найдите сумму корней уравнения на отрезке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right]$.

$$\sin^2\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

B6. Пусть x_1 и x_2 – два различных решения уравнения $2\sin^2 x + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$, принадлежащие интервалу $(0; \pi)$. Найдите $5\,\mathrm{tg}\,(x_1 + x_2)$.

B7. На рисунке приведен график производной функции $f'(x)$. При каком значении аргумента функция $f(x)$ достигает максимума?



B8. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке $[-2; 1]$.

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$$

C1. При каком значении a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = -\sqrt{4x - x^2}$ в единственной точке?

C2. Решите уравнение.

$$\mathrm{tg}\,x + \mathrm{tg}\,2x - \mathrm{tg}\,3x = 0$$

C3. Найдите наименьшее значение выражения.

$$\mathrm{ctg}^2 x + 4\,\mathrm{ctg}\,x + \cos^2 y - 6\cos y.$$

C4. Определите, при каких значениях a прямая $y = 3x - 2$ является касательной к графику функции $y = x^2 + ax + 2$.

Проверочная работа по итогам I семестра (11 класс)

1. Вычислить $2\log_5 25 + 3\log_2 64$
2. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 108}{3+\log_3 4}$
3. Решите показательные уравнения

А) $6^{2x-1} = 216$ Б) $5^{x^2-3x+2} = 1$

4. Решить логарифмическое уравнение

А) $\log_4(5x + 1) = 2$

Б) $lg(2x - 1) = lg(x + 1)$

5. Решить неравенства

А) $1/3^{2x+3} > 27$

Б) $\log_3(5x - 3) > 0$

6. Решить неравенства

А) $2^{x+1} + 0{,}5^{x-3} \geq 17$

Б) $log_2^2 x + 6 > 5\,log_2 x$

Проверочная работа по итогам года (11 класс)

1 Налог на доходы составляет 13 % от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Петровна получила 13920 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Петровны?

2 На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался до температуры 60°C.



3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{81}\right)^{x-6}=3$.

4 Найдите значение выражения $\log_a\left(a^5b^{10}\right)$, если $\log_b a=\frac{10}{19}$.

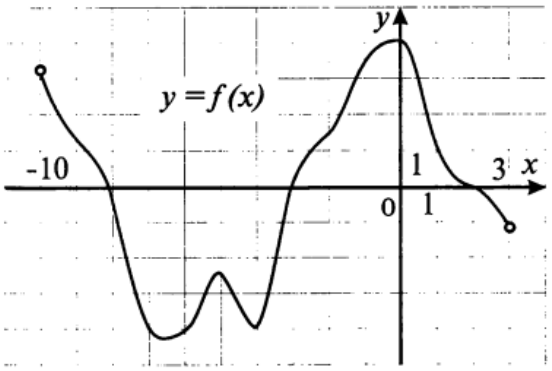
5 Найдите значение выражения $\frac{\left(5^{\frac{4}{7}}\cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{20^{12}}$.

6 Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{3\sin\alpha-5\cos\alpha+2}{\sin\alpha+3\cos\alpha+6}=\frac{1}{3}$.

7 Прямая $y=6x+4$ является касательной к графику функции $y=x^3-3x^2+9x+3$. Найдите абсциссу точки касания.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=t^3+3t^2-5t$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 19 м/с?

9 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 3)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



10 Найдите точку максимума функции $y = \left(3x^2 - 36x + 36\right)e^{x+36}$.

11 Решите уравнение $-x^2 + 4x = 5 + \cos\frac{\pi x}{2}$.

12 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x^2 > -4$.

13 Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $\left(x^2 - 1\right)\left(x^2 + 2x\right) = b$ имеет ровно четыре корня.

3. СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОВЕРОЧНЫХ РАБОТ

10 КЛАСС

Ключи к проверочной работе по итогам I полугодия

Базовый уровень

1	а	0
	б	-4
	в	1,5
	г	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$
	д	1,25
2	а	$\sin^2\alpha$
	б	1
	в	0
	г	$\operatorname{tg}^2\alpha$
	д	$\sin^2\alpha$
	е	$-\frac{2}{\cos^2\alpha}$
3		$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ $\operatorname{tg}\alpha = -3$ $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{1}{3}$

Профильный уровень

4	а	$\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$; $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
	б	$\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$
5	а	$(-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k)$, $k \in Z$
	б	$[-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k]$, $k \in Z$

Критерии оценивания

Работа составлена из 3 заданий базового и 2 заданий повышенного уровня сложности. Максимальное количество баллов, которые может набрать учащийся, правильно выполнивший 5 заданий, составляет 22 балла. В каждом задании требуется представить решение.

№	Проверяемые элементы содержания	Уровень
1	Умение находить значения тригонометрической функции. Умение вычислять значения тригонометрического выражения.	Б
2	Умение упрощать тригонометрические выражения с применением основного тригонометрического тождества.	Б
3	Умение находить значения тригонометрических функций угла при данном значении одной из них.	Б
4	Умение решать простейшие тригонометрические уравнения с помощью числовой окружности.	П
5	Умение решать простейшие тригонометрические неравенства с помощью числовой окружности.	П

На выполнение работы по алгебре дается 45 минут.

Каждое верно выполненное задание блоков 1-3 оцениваются 1 баллом. Каждое верно выполненное задание блоков 4-5 оцениваются 2 баллами.

Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные балла	0-10	11-15	16-19	20-22

Ключи к проверочной работе по итогам II полугодия

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4
4	3	–6	1	2	–1	2	14	–2	$\pi n; \pm\frac{\pi}{3}+\pi n$	–9	–1; 7

Критерии оценивания

Диагностическая контрольная работа по математике состоит из 8 заданий базового уровня сложности и 4 заданий профильного уровня. Ответы к заданиям 1-8 записываются в виде целого числа или десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание B1-B8 оцениваются 1 баллом.

Каждое верно выполненное задание C1-C4 оцениваются 2 баллами.

Максимальное количество баллов, которое может набрать учащийся, правильно решивший 12 заданий, составляет 16 баллов (по 1 баллу за задание).

На выполнение всей контрольной работы отводится 45 минут.

№	Проверяемые элементы содержания	Уровень
B2,B3,B4	Уметь выполнять вычисления и преобразования	П
B5, B6	Уметь решать уравнения и неравенства	Б
B1,B7,B8,C1, C2, C4	Уметь выполнять действия с функциями	Б, П

Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные балла	0-3	4-8	9-14	15-16

11 КЛАСС

Ключи к проверочной работе по итогам I полугодия

№1	№2	№3	№4	№5	№6
22	1	а) 2; б) 1 и 2	а) 3; б) 2	а) $x<-3$; б) $x>0,8$	а) $x<4$ или $x>8$ б) $x\leq -1$ или $x\geq 3$

Критерии оценивания

Работа составлена из 6 заданий базового и повышенного уровня сложности Максимальное количество баллов, которые может набрать учащийся, правильно выполнивший 6 заданий, составляет 12 баллов. В каждом задании требуется представить решение.

На выполнение работы по алгебре дается 45 минут.

Каждое верно выполненное задание № 1-5 оцениваются 1 баллом.

Каждое верно выполненное задание № 6 оценивается 2 баллами.

№	Проверяемые элементы содержания	Уровень
1,2	Умение вычислять значения логарифмического выражения.	Б
3	Умение решать простейшие показательные уравнения.	Б
4	Умение решать простейшие логарифмические уравнения.	Б
5	Умение решать простейшие показательные и логарифмические неравенства.	Б
6	Умение решать показательные и логарифмические неравенства.	П

Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные балла	0-3	4-6	7-9	10-12

Ключи к проверочной работе по итогам II полугодия

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	16000	5	5,75	24	16	2,25	1	2	7	0

11 Решите уравнение $-x^2+4x=5+\cos\frac{\pi x}{2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	**Баллы**
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Правильный ответ, но нет достаточных объяснений	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2.

12 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}x^2>-4$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	**Баллы**
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
В ответе не исключена точка $x=0$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-9;0)\cup(0;9)$.

13 Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $\left(x^2-1\right)\left(x^2+2x\right)=b$ имеет ровно четыре корня.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	**Баллы**
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения или допущена вычислительная ошибка при решении верно составленной по условию задачи системы	2
Допущена логическая ошибка в решении, но найдено какое-либо значение параметра b	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $-1<b<\frac{9}{16}$.

Критерии оценивания

КИМ содержит 10 заданий базового уровня и 3 задания профиля. В контрольной работе предложены задания открытого типа на запись самостоятельно сформулированного правильного ответа и задания с развернутым ответом.

На выполнение диагностической работы отводится 90 минут.

Необходимо предоставить каждому ученику текст работы и черновик.

Задания базового уровня сложности оцениваются по 1 баллу. Задания профильного уровня оцениваются в 2-3 балла (см. критерии)

Максимальный балл за работу составляет 17 баллов.

№	Проверяемые элементы содержания	Уровень
1	Дроби, проценты, рациональные числа	Б
5	Степень с рациональным показателем и её свойства	Б
6	Основные тригонометрические тождества	Б
4	Свойства логарифмической функции	
3	Показательные уравнения	Б
2	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях	Б
7, 8, 9	Применение производной для исследования графика функции	Б
10	Вычисление производной	Б
11	Тригонометрические уравнения	П
12	Квадратные , логарифмические неравенства	П
13	Решение уравнений с параметром	П

Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Нормы оценивания:

Оценка «2» – менее 7 баллов.

Оценка «3» – 8-12 баллов.

Оценка «4» – 13-15 баллов.

Оценка «5» – 16-17 баллов

Контрольно-измерительные материалы разработаны Курановой Натальей Юрьевной, кандидатом физико-математических наук, доцентом кафедры физико-математического образования и информационных технологий ПИ ВлГУ.